Elève 1 Question de cours : Qu'est-ce qu'une fonction différentiable en x_0 ?
Exercice 1 : La fonction suivante est-elle continue ? Là où c'est possible, calculer sa différentielle.

$$f(x,y) = (x \sin y, e^{x+y}, xy \ln(x^2+y^2))$$

Exercice 2 : Soit f définie sur $\mathbb{R}^2$ par $f(x,y) = x^2 + y^2 + 2xy + xy^3$.
1) Déterminer son gradient.
2) Déterminer les points critiques de f.
3) Déterminer la hessienne de f en tout point.
4) Montrer que $Hf(0,0)$ est positive.
5) La fonction f admet-elle un extrémum en $(0,0)$? Commenter.

Elève 2 Question de cours : Soit f différentiable en x_0. Donner la matrice jacobienne de f en x_0.
Exercice 1 : La fonction suivante est-elle continue ? Là où c'est possible, calculer sa différentielle.

$$g(x,y,z) = \left(\frac{1}{yz}, \frac{1}{xy}\right)$$

Exercice 2 : Soit $f(x,y) = x^4 + y^4 - x^2 - y^2 + 1$ définie sur $B(0,1)$. Cette fonction admet-elle un maximum ? Si oui, le déterminer.

Elève 3 Question de cours : Si la différentielle de f est nulle en x_0, est-ce que f admet un extrémum en x_0 ? Preuve ou contr-exemple.
Exercice 1 : Dans $\mathbb{R}^n$, calculer la jacobienne de $f(v) = \frac{v}{\|v\|^2}$.
Exercice 2 : Soit la fonction

$$f(x,y) = \frac{x-y}{x^2+y^2+1}.$$

Déterminer les extrémas locaux de cette fonction.

Elève 4 Question de cours : Qu'est-ce qu'une fonction différentiable en x_0 ?
Exercice 1 : La fonction suivante est-elle continue ? Là où c'est possible, calculer sa différentielle.

$$g(x,y,z) = \left(\frac{1}{yz}, \frac{1}{xy}\right)$$

Elève 5 Question de cours : Soit f différentiable en x_0. Donner la matrice jacobienne de f en x_0.
Exercice 1 : La fonction suivante est-elle continue ? Là où c'est possible, calculer sa différentielle.

$$f(x,y) = (x \sin y, e^{x+y}, xy \ln(x^2+y^2))$$

Exercice 2 : Soit f définie sur $\mathbb{R}^2$ par $f(x,y) = x^2 + y^2 + 2xy + xy^3$.
1) Déterminer son gradient.
2) Déterminer les points critiques de f.
3) Déterminer la hessienne de f en tout point.
4) Montrer que $Hf(0,0)$ est positive.
5) La fonction f admet-elle un extrémum en $(0,0)$? Commenter.

Exercice 3 : Sur l'ellipsoïde d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, déterminer les extrémas de la fonction $f(x,y,z) = x - y + z$.

Exercice 4 : Sur un carré de tissu de 1m par 1m, on souhaite dessiner le patron d'un parallélipipède rectangle. Donner le volume maximal du parallélipipède qui peut-être ainsi obtenu

Elève 6 Question de cours : Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ telle que $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ existent. Est-ce que f est différentiable en $(0,0)$? Preuve ou contre-exemple.

Exercice 1 : Soit $f(x,y) = x^4 + y^4 - x^2 - y^2 + 1$ définie sur $B(0,1)$. Cette fonction admet-elle un maximum ? Si oui, le déterminer.